

とやま科学オリンピック **2016**

(高校部門)

解答例および解説

数	学
物	理
化	学
生	物

2016年8月11日(木)

富山県 富山県教育委員会

- ① 【出題の意図】 コンピュータの内部で行われる処理の1つであるソートを取り上げることで、効率的な処理の方法を考察する。

- (1) 1, 3, 7, 6, 5, 4, 2, 8 (1回目のループ終了時 比較回数: 7, 交換回数: 7)  
 1, 3, 6, 5, 4, 2, 7, 8 (2回目のループ終了時 比較回数: 6, 交換回数: 4)  
 1, 3, 5, 4, 2, 6, 7, 8 (3回目のループ終了時 比較回数: 5, 交換回数: 3)  
 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8 (4回目のループ終了時 比較回数: 4, 交換回数: 2)  
 1, 3, 2, 4, 5, 6, 7, 8 (5回目のループ終了時 比較回数: 3, 交換回数: 1)  
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (6回目のループ終了時 比較回数: 2, 交換回数: 1)  
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (7回目のループ終了時 比較回数: 1, 交換回数: 0)  
 比較回数の合計 28 回  
 交換回数の合計 18 回

- (2) 比較回数の合計の最大値 28 回, 最小値 28 回  
 交換回数の合計の最大値 28 回, 最小値 0 回

比較回数については, どのような並び方についても 1 回目のループは 7 回, 2 回目のループは 6 回, …, 7 回目のループは 1 回となるので, 最大値, 最小値共に 28 回となる。

交換回数が最小となるのは, はじめから大きさの順に並んでいた場合であり, 交換が起こらないため最小値は 0 回である。

交換回数が最大となるのは, 比較のたびに交換が行われる場合であり, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 の順で並んでいるときに起こる。よって, 交換回数の最大値は 28 回である。

- (3) 解答例

ここでは一般的に最速と考えられているクイックソートについて述べます。

次のアルゴリズムで数字の比較, 交換を行う。

まずはじめに, 左からデータを  $a[1], a[2], \dots, a[N]$  とする。

- ① 比較するデータの中央にある値 (データが偶数個 ( $2M$  個) の場合は  $a[M+1]$ ) を  $P$  とする。
- ② 左から順に  $P$  と値を比較し,  $P$  以上のものがあればその位置を  $i$  とする。
- ③ 右から順に  $P$  と値を比較し,  $P$  以下のものがあればその位置を  $j$  とする。
- ④  $i < j$  であれば  $a[i]$  と  $a[j]$  を交換する。  $i = j$  または交換後に  $i+1 \geq j-1$  となるまで,  $i+1$  から②,  $j-1$  から③の操作を繰り返す。
- ⑤ ④ 終了後,  $P$  としたデータの左右のデータについてそれぞれ ① からの操作を行う。
- ⑥ ⑤ において分割されたデータの要素が 1 個以下になったものは確定とし, 全ての分割が確定するまでこの操作を繰り返す。(  $P$  としたデータは 1 個の分割となるため ⑤ において確定となる。 )

このソートにより比較と交換を行うと、比較回数の合計が20回、交換回数の合計が4回となります。以下では、このソートにより比較と交換を行った際に、どのように①～⑥が行われるか説明します。

8, 1, 3, 7, 6, 5, 4, 2について中央の値(偶数個の場合は2つの数値の右側)である6を基準とする。

左から順に6と比較して6以上の数字を探し、8を見つける。比較回数1回

右から順に6と比較して6以下の数字を探し、2を見つける。比較回数1回

見つけた8と2を交換し、その両隣から探索を再開する。交換回数1回(2, 1, 3, 7, 6, 5, 4, 8)

その結果左からは7、右からは4を見つけるので交換する。比較回数4回、交換回数1回

(2, 1, 3, 4, 6, 5, 7, 8)

同様に左から6、右から5を見つけるので交換する。比較回数2回、交換回数1回

(2, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)

比較する数字が交差したので、6を基準とした入れ替えを終了し、6の左右のデータについて同様の操作を行う。

6の左側のデータの2, 1, 3, 4, 5について、3を基準とし、同様に考えると左からの操作と右からの操作で同一の場所までいくので入れ替えが起こらず、3の左右のデータについて同様の操作を行う。

比較回数6回

3の左側のデータの2, 1について、1を基準とし同様に操作を行うと2と1を入れ替えて終了する。

比較回数2回、

交換回数1回(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)

3の右側のデータの4, 5について、5を基準とし同様に操作を行うと数字の入れ替えは起こらない。

比較回数2回

6の右側のデータの7, 8について、8を基準とし同様に操作を行うと数字の入れ替えは起こらない。

比較回数2回

全ての比較が終了したので操作を終了する。

#### とやま科学オリンピック2016解答訂正について

大問1の(2)について、ソートの説明文に「交換が起こらなくなった時点で操作が終了する」とあったことから、「1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8と並んでいたときに、1回目のループで交換が起こらず操作が終了し、7回の比較が最小」という解答も考えられる。そのため比較回数の最小値7も可とした。本来のバブルソートでは、最後の数字が確定するまでループが繰り返されるため最大値、最小値ともに28回となります。

(3)では受験者の皆さんの大変豊かな発想が見られ、頼もしく感じました。本来であれば、1～8までが並び終わり、大きさの順に並んでいることが確かめられてから操作終了となります。しかし、今回の採点では1～8の順に交換できる方法が書いてあれば、確かめられていないものについても可としました。

2 【出題の意図】 図形の性質を利用して、3点を結ぶ最短経路について考える。

(1)  $PQ=PR$ ,  $PM \perp QR$ であるから,  $QM=MR=\frac{a}{2}$

(ウ)  $\triangle PQM$ において,  $\angle PQM=60^\circ$ ,  $\angle PMQ=90^\circ$ であるから

$$QM:PM=1:\sqrt{3} \text{ であり, } PM=\sqrt{3}QM=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{よって, } PM+QR=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)a=1.865a$$

(エ)  $\triangle SQR \sim \triangle MQS$ であるから,  $\angle SQR=\angle MQS$

$SQ=SR$ であるから,  $\angle SQR=45^\circ$

$\triangle MQS$ において,  $\angle MQS=45^\circ$ ,  $\angle SMQ=90^\circ$ であるから

$$QM:SQ=1:\sqrt{2} \text{ であり, } SQ=\sqrt{2}QM=\frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\text{また, } SM=QM=\frac{a}{2} \text{ より, } PS=PM-SM=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)a$$

$$\begin{aligned} \text{また, } SQ=SR \text{ より, } SP+SQ+SR &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)a + \frac{\sqrt{2}}{2}a \times 2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}-1}{2}\right)a=1.775a \end{aligned}$$

(オ)  $\angle POQ=\angle QOR=\angle ROP=120^\circ$

$\triangle OQM \cong \triangle ORM$ から,  $\angle QOM=\angle ROM=60^\circ$ である。

よって,  $\angle OQM=\angle ORM=30^\circ$ ,  $\angle OQP=\angle ORP=30^\circ$ であるから

$\triangle OPQ \cong \triangle OQR \cong \triangle ORP$  したがって,  $OP=OQ=OR$

$\triangle OQM$ において,  $OQ:QM=2:\sqrt{3}$ であるから

$$OQ=\frac{2}{\sqrt{3}}QM=\frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\text{よって, } OP+OQ+OR=\frac{\sqrt{3}}{3}a \times 3=\sqrt{3}a=1.73a$$

(カ)  $PN=NM$ より,  $NM=\frac{1}{2}PM=\frac{\sqrt{3}}{4}a$

$\triangle NQM$ は直角三角形であるから, 三平方の定理より

$$\begin{aligned} NQ &= \sqrt{QM^2 + NM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{7}{16}a^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}a \end{aligned}$$

$$\text{また, } NQ=NR \text{ より, } NP+NQ+NR=\frac{\sqrt{3}}{4}a + \frac{\sqrt{7}}{4}a \times 2 = \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{7}}{4}a=1.7525a$$

(2) キ  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$    ク  $\frac{1}{2}a(PL+PM+PN)$    ケ  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

キ 1 辺の長さが  $a$  の正三角形の高さは  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$  であるから 【図 2】

その面積は,  $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

ク  $\triangle PDE = \frac{1}{2} \times a \times PL$

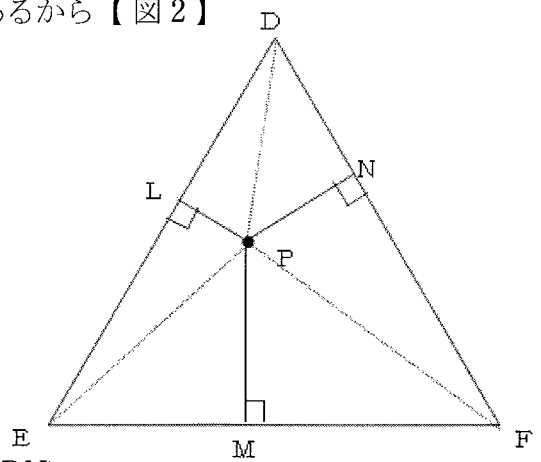
$\triangle PEF = \frac{1}{2} \times a \times PM$

$\triangle PDF = \frac{1}{2} \times a \times PN$  より

$\triangle PDE + \triangle PEF + \triangle PDF = \frac{1}{2}a(PL+PM+PN)$

ケ ①, ②より,  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{1}{2}a(PL+PM+PN)$

$a > 0$  より,  $PL+PM+PN = \frac{\sqrt{3}}{2}a$



(3) (証明)

$QA \perp DF, QB \perp DE, QC \perp EF,$

$\angle AQB = \angle BQC = \angle CQA = 120^\circ$  より

$\triangle DEF$ において,  $\angle D = \angle E = \angle F = 60^\circ$  であるから

$\triangle DEF$  は正三角形である。

【定理 1】より,  $PL+PM+PN = QA+QB+QC$

また,  $PL \perp DE, PM \perp EF, PN \perp DF$  であるから

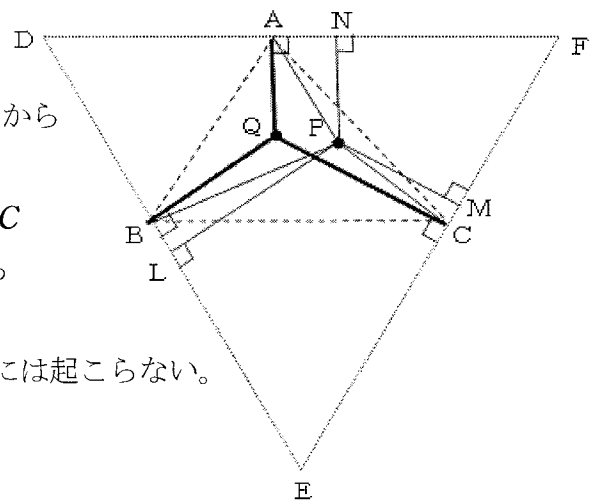
$PL \leq PB, PM \leq PC, PN \leq PA$  である。

ただし,  $PL=PB, PM=PC, PN=PA$  は同時には起こらない。

よって,  $QA+QB+QC < PA+PB+PC$

ゆえに, 【図 1】の配管網は最短である。

【図 3】



※ 3 点  $A, B, C$  までの距離の和が最小になる点を  $ABC$  のシュタイナー点といいます。

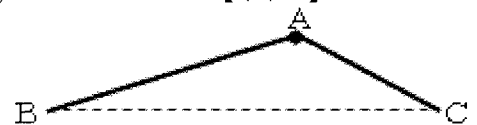
$\triangle ABC$  のどの内角も  $120^\circ$  未満のとき, シュタイナー点は,  $\triangle ABC$  の内部に各頂点を  $120^\circ$  で見込む点となります。

一方,  $\triangle ABC$  のある内角が  $120^\circ$  以上のときは,  $120^\circ$  以上の内角をもつ頂点がシュタイナー点となります。

【図 4】の  $\triangle ABC$  において,  $\angle A \geq 120^\circ$  のとき,  $A$  がシュタイナー点となり,

3 点  $A, B, C$  結ぶ最短経路は, このようになります。

【図 4】



- 3 【出題の意図】 日常生活の中で疑問に思った問題が、数学の定理（連続・中間値の定理）を使って証明できることを理解する。

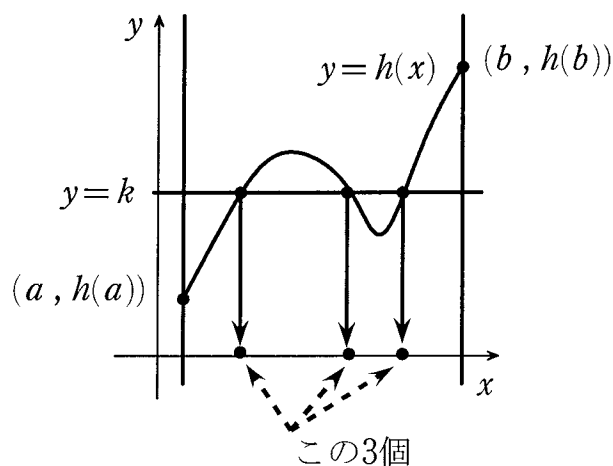
(1) ア 6

$f(a+1) - f(a)$  は  $a$  km から  $a+1$  km を走るのにかかった時間を表している。今、立山くんは、コース上の連続した 1 km でちょうど 6 分で走った区間が存在するかを探しているので、 $f(a+1) - f(a) = 6$  となる  $a$  が  $0 \leq a \leq 4$  で存在することを示せばよい。

イ 30

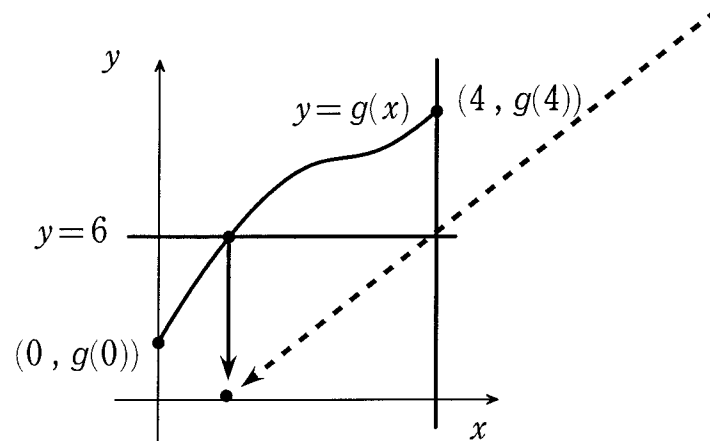
$$\begin{aligned} & g(0) + g(1) + g(2) + g(3) + g(4) \\ = & f(1) - f(0) + f(2) - f(1) + f(3) - f(2) + f(4) - f(3) + f(5) - f(4) \\ = & f(5) - f(0) \\ = & 30 - 0 \end{aligned}$$

ウ 3個



- (2)  $g(0), g(1), g(2), g(3), g(4)$  がすべてが 6 より大きくなったと仮定すると  
 $g(0) + g(1) + g(2) + g(3) + g(4) > 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$   
 となり、 $g(0) + g(1) + g(2) + g(3) + g(4) = 30$  に反する。
- (3)  $g(0), g(1), g(2), g(3), g(4)$  がすべてが 6 より小さくなったと仮定すると  
 $g(0) + g(1) + g(2) + g(3) + g(4) < 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$   
 となり、 $g(0) + g(1) + g(2) + g(3) + g(4) = 30$  に反する。

- (4)  $g(x) = f(x+1) - f(x)$  は  $x$  km から  $x+1$  km を走るのにかかった時間を表している。つまり、 $g(x) = 6$  となる  $x$  が  $0 \leq x \leq 4$  で存在することを示せばよい。(2) と (3) の証明から、 $g(0), g(1), g(2), g(3), g(4)$  のうち、6 より小さい値と大きい値のものが少なくとも1つずつあることを示せた。例えば、仮に  $g(0) < 6$ ,  $g(4) > 6$  としてみよう。すると  $g(x)$  は連続なので、中間値の定理から  $g(x) = 6$  となる  $x$  が少なくとも1つ存在する。



以上から、ちょうど6分で走った連続する1 km の区間は存在する。

- 4 【出題の意図】 「対数」の定義や「常用対数表」を活用することで、地震のエネルギーや「マグニチュード」などを求める問題。本間を通して、「対数」の社会における有用性を実感してほしい。

(1)  $\log_a M = p, \log_a N = q$  とすると

対数の定義より,  $M = a^p, N = a^q$

$$MN = a^p \times a^q = a^{p+q}$$

よって,  $\log_a MN = p + q = \log_a M + \log_a N$

(2)  $E = 10^{1.5M+4.8}$

(3)  $\log_{10} 2.88 = 0.4594 \quad \log_{10} a = 0.8007$  のとき常用対数表より,  $a = 6.32$

(4)  $\log_{10} E = 1.5 \times 7.4 + 4.8 = 15.9$

対数の定義より,  $E = 10^{15.9} = 10^{0.9} \times 10^{15}$

$$10^{0.9} = x \text{ とすると, } 0.9 = \log_{10} x$$

常用対数表より, 0.9 に最も近い値は 0.8998 であるから,  $x \doteq 7.94$

$$\text{よって, } E \doteq 7.94 \times 10^{15} \quad \text{約 } 7.94 \times 10^{15} \text{ [J]}$$

- (5) マグニチュードが 8.8, 9.0 のときの地震のエネルギーをそれぞれ  $E_1, E_2$  とすると,

$$E_1 = 10^{1.5 \times 8.8 + 4.8} = 10^{18}$$

$$E_2 = 10^{1.5 \times 9.0 + 4.8} = 10^{18.3}$$

$$\text{よって, } \frac{E_2}{E_1} = \frac{10^{18.3}}{10^{18}} = 10^{0.3}$$

$$10^{0.3} = x \text{ とすると, } 0.3 = \log_{10} x$$

常用対数表より, 0.3 に最も近い値は 0.3010 であるから,  $x \doteq 2.00$

よって, 2 倍

(別解)

$$\log_{10} E_1 = 1.5 \times 8.8 + 4.8 = 18$$

$$\log_{10} E_2 = 1.5 \times 9.0 + 4.8 = 18.3$$

$$\text{よって, } \log_{10} \frac{E_2}{E_1} = \log_{10} E_2 - \log_{10} E_1 = 0.3$$

常用対数表より, 0.3 に最も近い値は 0.3010 であるから,  $\frac{E_2}{E_1} \doteq 2.00$

よって, 2 倍



<解説>

本問により、マグニチュードが 0.2 増えると、地震のエネルギーが 2 倍も違うということがわかります。また、中学校の理科で習った「マグニチュードが 1 増えると、地震のエネルギーは約 32 倍になる」という事実も、本問と同様の計算をすることによって、確かめることができます。

$$(6) \text{ エネルギーとマグニチュードの関係式より, } \log_{10}(3 \times 10^{11}) = 1.5M + 4.8$$

$$\text{また, } \log_{10}(3 \times 10^{11}) = \log_{10} 3 + \log_{10} 10^{11} = \log_{10} 3 + 11$$

$$\text{常用対数表より, } \log_{10} 3 = 0.4771$$

$$\text{よって, } 0.4771 + 11 = 1.5M + 4.8 \text{ より}$$

$$1.5M = 6.6771$$

$$M \doteq 4.45 \dots$$

$$\text{よって, } 4.5$$

<解説>

(4), (6) より、富山県で最大規模の地震 ( $M 7.4$ ) が発生した場合のエネルギーは、黒四ダム建設でトンネルを開通させるため、TNT火薬 80 トンを爆発させたエネルギーの約  $2.65 \times 10^4$  倍もあるということがわかります。

また、(5) より、東日本大震災の地震 ( $M 9.0$ ) のエネルギーは、 $10^{18.3} = 10^{0.3} \times 10^{18} \doteq 2 \times 10^{18}$  [J] であるということもわかります。

TNT火薬 80 トンを爆発させたエネルギー 約  $3 \times 10^{11}$  [J] と比較すると、東日本大震災の凄まじさがわかります。

5 【出題の意図】 確率分布が正規分布となるデータを利用して、統計的な考え方を理解する。

$$(1) m_A = \frac{170 + 155 + 186 + 214 + 186 + 170 + 200 + 223 + 248 + 198}{10} = 195 \text{ (グラム)}$$

$$m_B = \frac{194 + 234 + 182 + 200 + 170 + 223 + 195 + 220 + 229 + 183}{10} = 203 \text{ (グラム)}$$

(2) A について、

偏差の 2 乗の和

$$\begin{aligned} &= (170 - 195)^2 + (155 - 195)^2 + (186 - 195)^2 + (214 - 195)^2 + (186 - 195)^2 + (170 - 195)^2 \\ &\quad + (200 - 195)^2 + (223 - 195)^2 + (248 - 195)^2 + (198 - 195)^2 \\ &= 7000 \end{aligned}$$

$$V_A = \frac{7000}{10} = 700 \quad S_A = \sqrt{700} = 10\sqrt{7} = 10 \times 2.6458 = 26.458 \doteq 26$$

B について、

偏差の 2 乗の和

$$\begin{aligned} &= (194 - 203)^2 + (234 - 203)^2 + (182 - 203)^2 + (200 - 203)^2 + (170 - 203)^2 + (223 - 203)^2 \\ &\quad + (195 - 203)^2 + (220 - 203)^2 + (229 - 203)^2 + (183 - 203)^2 \\ &= 4410 \end{aligned}$$

$$V_B = \frac{4410}{10} = 441 \quad S_B = \sqrt{441} = 21$$

箱 B の標準偏差の方が箱 A の標準偏差より小さいので、箱 B の梨の方がばらつきが少なく、より均一な重さからなっていると判断できる。

(3) 偏差の和は必ず 0 になる。例えば箱 A に入っている梨の重さの偏差の和は、

$$\begin{aligned} &(170 - 195) + (155 - 195) + (186 - 195) + (214 - 195) + (186 - 195) + (170 - 195) + (200 - 195) \\ &\quad + (223 - 195) + (248 - 195) + (198 - 195) \\ &= -25 - 40 - 9 + 19 - 9 - 25 + 5 + 28 + 53 + 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

従って、偏差の和を個数で割って得られる偏差の平均は、どんなデータでも必ず 0 になり、データの比較にもちいることはできない。

(4)  $205 = 200 + u \times 20$  とすると,  $u = 0.25$ 。

0.25 に対応する値は, 正規分布表から 0.09871。

よって, 200 グラムと 205 グラムの間には, 全体の 9.871 % 存在する。

正規分布のグラフは左右対称なので, 205 グラム以下には全体の 59.871 % 存在する。

したがって, 205 グラム以上の梨は, 全体の 40.129 % である。

よって, およそ  $200 \times \frac{40.129}{100} = 80.258 \approx 80$  番目。

(5) 正規分布表で  $0.95 - 0.5 = 0.45$  に最も近い値を探すと, 0.44950。

それに対応する値は 1.64

(6)  $206 = 200 + u \times \frac{20}{\sqrt{20}}$  とおく。このとき  $u = \frac{206 - 200}{\sqrt{20}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1.34$  で(5)の 1.64 より小さい

ので, 梨の平均重量が例年より重いとは言えない。

(6) では収穫した梨全体の標準偏差が 20 グラムと分かっていることを前提としていましたが, 全体の平均重量が分かってない以上, 通常は全体の標準偏差も分かっていません。実際は, サンプルの値のみで扱うことができる「t 分布」を用いた「t 検定」が, よく用いられています。

1 レポート

(実験 1 - 1)

1 回目	2 回目	3 回目	平均
<b>2.40</b> m/s	<b>2.41</b> m/s	<b>2.41</b> m/s	<b>2.41</b> m/s

自由落下なので理論値は  $g=9.80\text{m/s}^2$  とすると

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.80 \times 0.300} = 2.4248\cdots \div 2.42 \text{ [m/s]}$$

$(g=9.80\text{m/s}^2, h=0.300\text{m})$

(実験 1 - 2)

1 回目	2 回目	3 回目	平均
<b>1.64</b> m/s	<b>1.66</b> m/s	<b>1.64</b> m/s	<b>1.65</b> m/s

(考察)

(実験 1 - 1) での速さを  $v_1$ 、(実験 1 - 2) での速さを  $v_2$  とおくと、 $v_1 > v_2$  の関係がある。

(実験 1 - 1) と (実験 1 - 2) を比較すると、(実験 1 - 1) では円盤を貼り付けた滑車は静止しているが、(実験 1 - 2) では円盤を貼り付けた滑車が回転している。力学的エネルギー保存則から考えると、摩擦や空気抵抗が小さいときには、(実験 1 - 1) では位置エネルギーがすべておもりの運動エネルギーに変換される。一方、(実験 1 - 2) では  $v_1 > v_2$  の関係からおもりの運動エネルギーが小さくなっている。この減少したエネルギーの原因は、円盤を貼り付けた滑車を回転させるために使われたエネルギーであると考えられる。

2 レポート

○実験結果

(実験 2-1) ※おもりの質量は  $m = 0.0250 \text{ kg}$

円盤名	円盤枚数	円盤合計質量 [kg]	PQ 距離 $h$ [m]	$v$ [m/s]	落下前の位置エネルギー $U$ [J]	落下後の運動エネルギー $K$ [J]	エネルギー損失 $\Delta E$ [J]	$v^2$
A	2	0.0376	0.200	1.35	0.04900	0.02278	0.0262	1.82
A	2	0.0376	0.300	1.65	0.07350	0.03403	0.0395	2.72
A	2	0.0376	0.400	1.90	0.09800	0.04513	0.0529	3.61
A	4	0.0752	0.200	1.12	0.04900	0.01568	0.0333	1.25
A	4	0.0752	0.300	1.36	0.07350	0.02312	0.0504	1.85
A	4	0.0752	0.400	1.57	0.09800	0.03081	0.0672	2.46
A	6	0.1128	0.200	0.97	0.04900	0.01176	0.0372	0.94
A	6	0.1128	0.300	1.18	0.07350	0.01741	0.0561	1.39
A	6	0.1128	0.400	1.37	0.09800	0.02346	0.0745	1.88

(実験 2-2) ※おもりの質量は  $m = 0.0250 \text{ kg}$

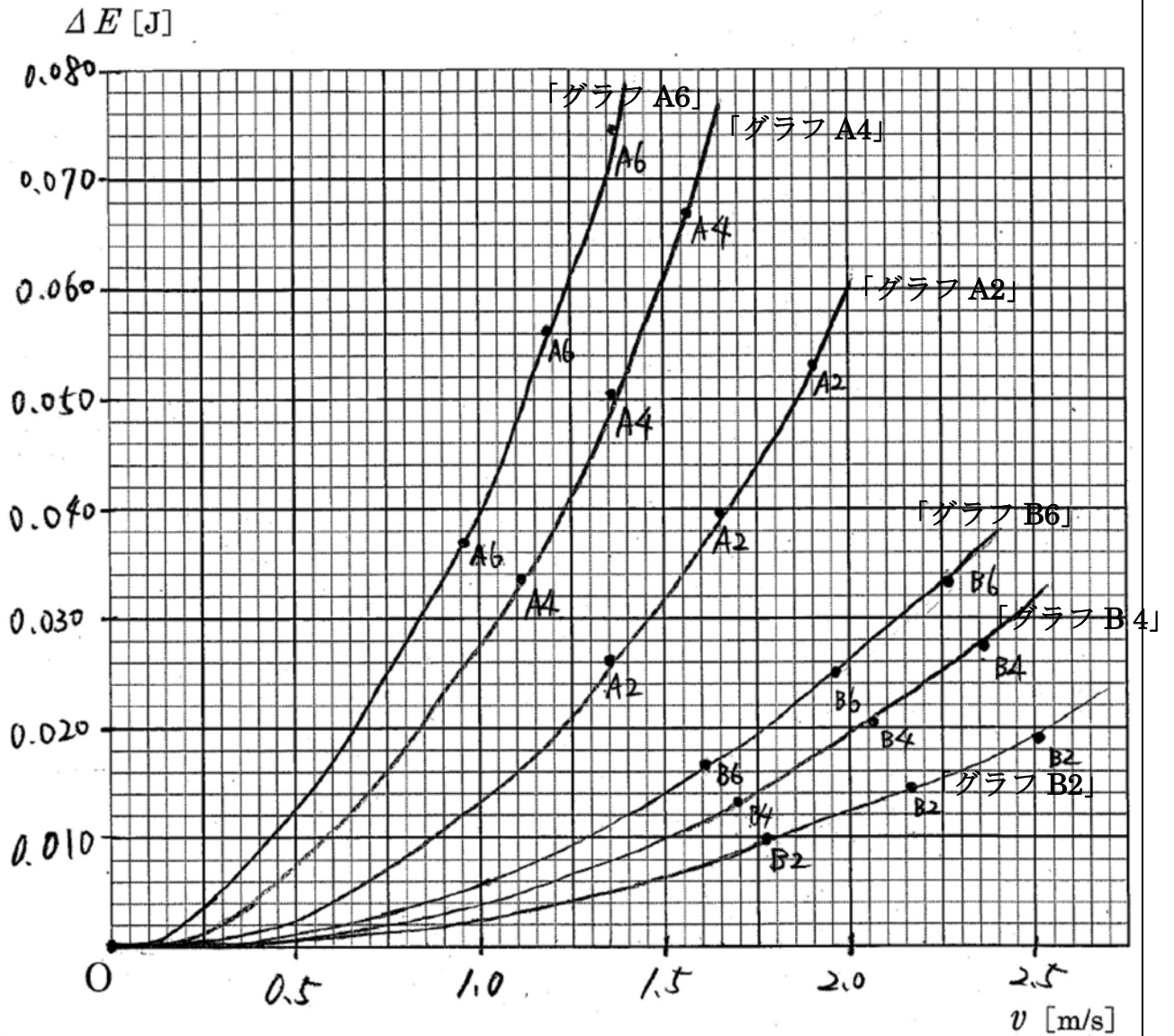
円盤名	円盤枚数	円盤合計質量 [kg]	PQ 距離 $h$ [m]	$v$ [m/s]	落下前の位置エネルギー $U$ [J]	落下後の運動エネルギー $K$ [J]	エネルギー損失 $\Delta E$ [J]	$v^2$
B	2	0.0130	0.200	1.77	0.04900	0.03916	0.0098	3.13
B	2	0.0130	0.300	2.17	0.07350	0.05886	0.0146	4.71
B	2	0.0130	0.400	2.51	0.09800	0.07875	0.0192	6.30
B	4	0.0260	0.200	1.69	0.04900	0.03570	0.0133	2.86
B	4	0.0260	0.300	2.06	0.07350	0.05305	0.0205	4.24
B	4	0.0260	0.400	2.37	0.09800	0.07021	0.0278	5.62
B	6	0.0390	0.200	1.61	0.04900	0.03240	0.0166	2.59
B	6	0.0390	0.300	1.97	0.07350	0.04851	0.0250	3.88
B	6	0.0390	0.400	2.27	0.09800	0.06441	0.0336	5.15

$$K = \frac{1}{2}mv^2, U = mgh \quad (g = 9.80 \text{ m/s}^2 \text{ として計算せよ。}), \Delta E = U - K$$

2 レポート

(考察) (1)

横軸  $v$ 、縦軸  $\Delta E$  のグラフ



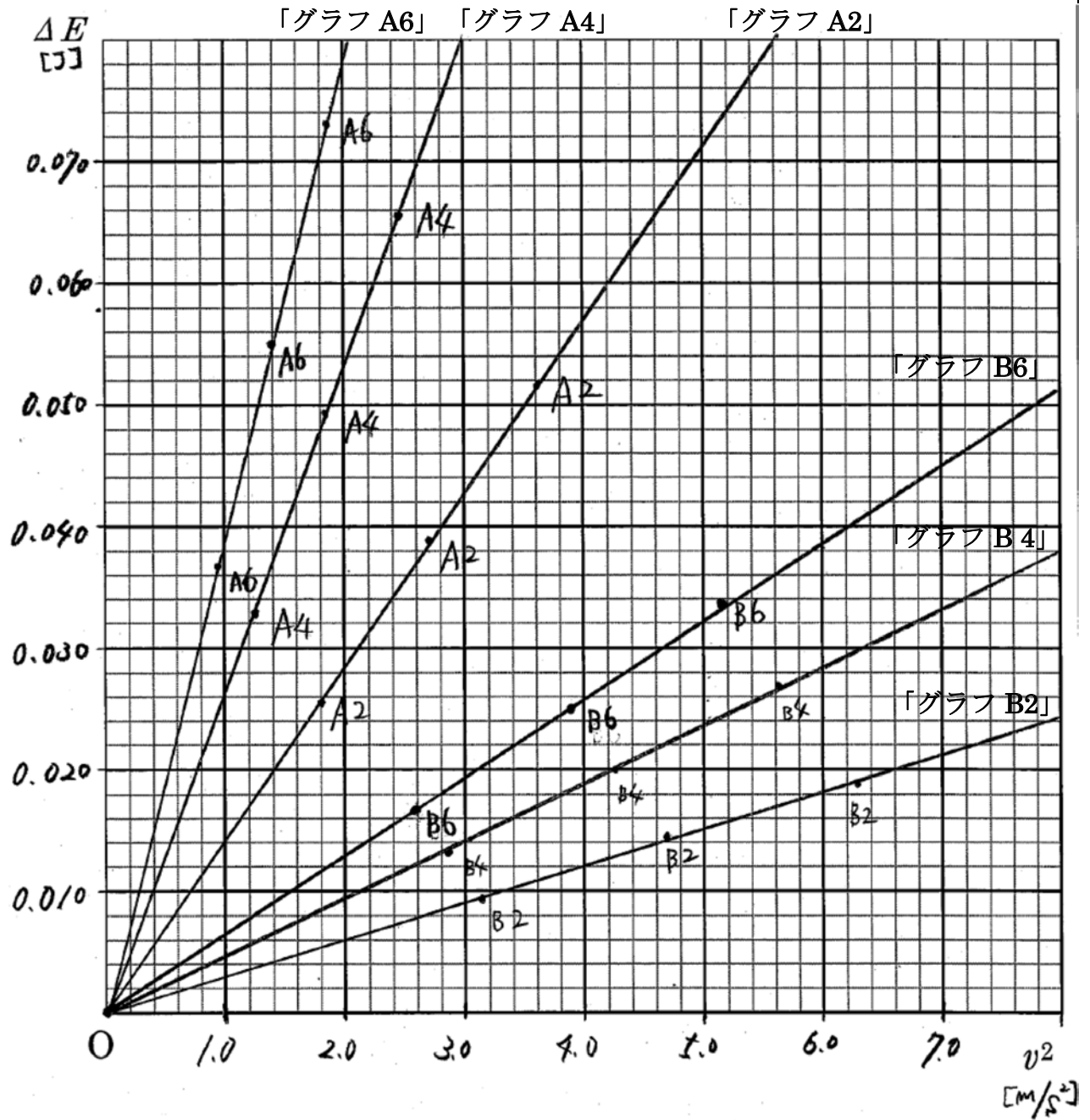
・以下に、このグラフから分かることを答えなさい。

おもりの速さが大きくなるとエネルギーの損失が大きくなる。さらに、この増加は比例関係ではなく、速さが大きくなると増加率（傾き）も大きくなる。

2 レポート

(考察) (2)

横軸  $v^2$ 、縦軸を  $\Delta E$  のグラフ



2 レポート

(考察) (2)

	分かること、具体的な理由
速度	円盤 A、円盤 B それぞれにおいて、円盤の枚数が等しい場合、横軸 $v^2$ 、縦軸 $\Delta E$ のグラフの傾きが一定である。つまり、 $v^2$ と $\Delta E$ は比例関係である。それゆえ、回転エネルギーは回転の速さの 2 乗に比例して大きくなることが分かる。
質量	円盤 A、円盤 B それぞれにおいて、 $v^2$ が一定のとき、 $\Delta E$ は円盤の枚数に比例して増加している。例えば円盤 A において $v^2=1.0$ のとき、「A2 と A4 での $\Delta E$ の差」と「A4 と A6 での $\Delta E$ の差」はともに約 0.012J である（ただし、もとの滑車の質量が無視できないため A2 での $\Delta E$ はこれに一致しない）。つまり、 $\Delta E$ は円盤合計質量に比例している。それゆえ、回転エネルギーは回転体の質量に比例して大きくなることが分かる。
円盤の外径	A2、B6 の円盤の合計質量はそれぞれ 0.0376kg、0.0390kg とほぼ等しいにも関わらず、そのグラフの傾きは A2 が B6 より明らかに大きい。円盤 A は外径 40mm、円盤 B は外径 25mm から質量が同じでも円盤の外径（半径）が大きいと回転エネルギーが大きくなることが分かる。ただし、このグラフからでは比例関係かどうかまでは判断できない。

(考察) (3)

回転エネルギーは回転の速さの 2 乗と質量に比例している。これは物体の運動エネルギー（式： $U=\frac{1}{2}mv^2$ ）と同じような式で表すことができることを意味している。

このことから、回転エネルギーと運動エネルギーは同じ性格のエネルギーであると考えられる。さらに、回転エネルギーは回転体の外径（半径）にも依存しており、外径（半径）が大きい回転体はより大きなエネルギーを持っていることが分かる。

このことから、外径（半径）の大きな物体を回転させるにはより大きなエネルギーが必要であると考えられる。



○回転エネルギーに関して

回転エネルギーは以下のように表すことができる。

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$I$  : 慣性モーメント

$\omega$  : 角速度                      角速度は単位時間当たりの回転角度

半径  $R$  の円運動をする小物体の速さが  $v$  のとき,  $\omega = \frac{v}{R}$

慣性モーメントは、剛体を構成する質点の質量  $m_i$  と回転軸との距離  $r_i$  の 2 乗の総和で計算される物理量である。

つまり、 $I = \sum m_i r_i^2$                       具体的には積分で計算できる。

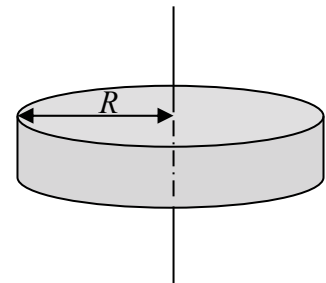
上式は回転軸からより遠いところに物体がある、つまり円形の物体ならば半径が大きな物体については慣性モーメントが大きいことを意味している。

以上のことから、回転体の運動エネルギーは、回転の速さ、回転体の質量、回転体の半径が関わっていることが分かる。

【発展】

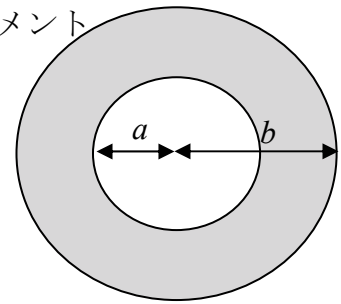
- ・質量  $M$ 、半径  $R$  の円盤の慣性モーメント  
(円の中心に回転軸がある場合)

$\rho$  を単位面積あたりの質量とする (一様な円盤を考慮するので、回転軸に平行な視点で考えれば円の単位面積当たりの質量は等しい。) と円盤の質量は  $M = \rho \pi R^2$  である。



$$I = \int_0^R \rho \cdot 2\pi r \cdot r^2 dr = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 \cdot R^2 = \frac{1}{2} M R^2$$

- 質量  $M$ 、外半径  $b$  に内半径  $a$  の円が抜かれた円盤の慣性モーメント  
(円の中心に回転軸がある場合)  
 $\rho$  を単位面積あたりの質量とすると円盤の質量は  
 $M = \rho\pi(b^2 - a^2)$  である。



$$I = \int_a^b \rho \cdot 2\pi r \cdot r^2 dr = \frac{1}{2} \rho\pi(b^4 - a^4)$$

$$= \frac{1}{2} \rho\pi(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) = \frac{1}{2} M(b^2 + a^2)$$

今回の滑車に円盤を付けた回転体の慣性モーメントは以下のように表せる。円盤の質量  $M_{\text{円盤}}$ 、滑車の質量  $M_{\text{滑車}}$ 、滑車の回転半径  $R$  とする。

$$I = \frac{1}{2} M_{\text{円盤}}(b^2 + a^2) + \frac{1}{2} M_{\text{滑車}} R^2$$

つまり、回転の運動エネルギーは

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = I = \frac{1}{4} \{ M_{\text{円盤}}(b^2 + a^2) + M_{\text{滑車}} R^2 \} \frac{v^2}{R^2}$$

今回の実験で用いた円盤 A と B では外半径  $b$  が異なっている。そのため、ステンレス盤の質量、回転速度がともに同じ場合でも、外半径の大きな円盤 A の回転エネルギーの方が大きくなることが分かる。

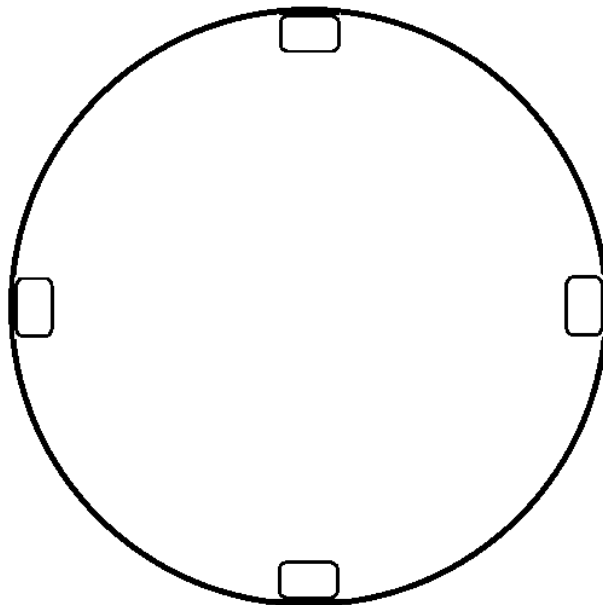
3 レポート（20分）

ゆっくりと進む回転体にするために、何をどのように工夫したのかを、根拠に基づいて簡潔にまとめなさい。図や絵を用いて説明しても構いません。

回転体が坂を下る場合、重心の平均は貼り付けたナットの位置によらず、回転体の中心となる。そのため、動き出してから坂を下りきるまでに重力のする仕事は、どのような大きさの回転体であっても、坂の落下距離と回転体の質量で決まり一定である。なお、工作用紙で製作した車体に比べ、ナット8個の質量が十分に大きいと見なした場合、どのような大きさの車体であっても重力のする仕事はほぼ一定である。ゆえに、回転体をできるだけゆっくりと進ませるには、重力による位置エネルギー（重力のする仕事）をできるだけ回転エネルギーに変換し、運動エネルギーを小さくすればよい。すなわち運動エネルギーを小さくすることでゆっくりと進む回転体となる。

2の考察から、ナットの回転半径が大きければ回転エネルギーは大きくなるので、できるだけ大きな車体を作り、ナットは中心からの距離が最も遠い円周の内側の縁に沿って均等に貼り付けるとよいと考えられる。

<片側から見た模式図>



とやま科学オリンピック 解答例および解説 高校部門（化学）

【ねらい】

- 1 実験操作の手順を自ら考えて、金属や金属イオンに関する様々な知識を生かして論理的に考え、答えを導くことができたか。見通しを立てながら効率よく正確に実験を行うことができたか。
- 2 電流の流れる向きなどからイオン化傾向の大きさを求めることができたか。密度・色・磁性といった金属特有の性質を利用して未知の金属を特定することができたか。
- 3 2で特定した金属片を使って起電力の大きな電池を製作することができたか。様々な方法を試行錯誤しながら、長い間プロペラを回すことができたか。

1 【解説】

A ③	B ④	C ①	D ⑥	E ⑤	F ②
<p>A（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。硝酸銀水溶液を加える。                      （特定根拠）万能試験紙を用いると中性であり、硝酸銀水溶液を加えても変化がみられない。よって、<math>\text{Na}_2\text{SO}_4</math>である。</p>					
<p>B（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。塩酸を加える。                      （特定根拠）万能試験紙では塩基性を示し、塩酸を加えると気体（<math>\text{CO}_2</math>）が発生する。よって、<math>\text{Na}_2\text{CO}_3</math>である。</p>					
<p>C（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。塩酸を加える。                      （特定根拠）万能試験紙を用いると強塩基性であり、塩酸を加えても変化がみられない。よって、<math>\text{NaOH}</math>である。</p>					
<p>D（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。硝酸銀水溶液を加える。炎色反応の色を調べる。                      （特定根拠）万能試験紙を用いると中性を示し、硝酸銀水溶液を加えると白色沈殿（<math>\text{AgCl}</math>）が生じる。炎色反応では黄緑色がみられる。よって、<math>\text{BaCl}_2</math>である。</p>					
<p>E（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。水溶液の色を確認する。                      （特定根拠）万能試験紙で弱酸性を示し、水溶液が青色である。よって、<math>\text{CuSO}_4</math>である。</p>					
<p>F（実験過程）万能試験紙で性質を調べる。硝酸銀水溶液を加える。炎色反応の色を調べる。                      （特定根拠）万能試験紙で中性を示し、硝酸銀水溶液を加えると白色沈殿（<math>\text{AgCl}</math>）ができる。炎色反応では黄色がみられる。よって、<math>\text{NaCl}</math>である。</p>					

## 2 【解説】

[色による特定]

アだけが赤銅色であるので Cu である。

[磁性による特定]

イとウだけが磁石に引き付けられる。磁性を持っている金属は Fe と Ni である。

[電流の流れる向きによる特定]

食塩水をしみこませたろ紙をシャーレに置き、2種類の金属片にテスターリードを当てて、流れた電流の向きをデジタルマルチメーターで確認する。負極となる金属のほうがイオン化傾向が大きいことを利用して金属を特定する。

- ① ア (Cu) との比較によって、試料中に Ag は含まれていないことが分かる。
- ② イオン化傾向が Fe、Ni と ア (Cu) の間にある金属は、Pb である。カよりもウ、ウよりもイの方がイオン化傾向が大きい (負極である) ので、イは Fe、ウは Ni、カは Pb であることが分かる。
- ③ Fe よりもイオン化傾向が大きい金属はエとオであり、Mg か Al か Zn であることが分かる。熱水と反応する金属は含まれないので、試料中に Mg は含まれないことが分かる。また、エよりもオの方がイオン化傾向が大きい (負極である) ので、エは Zn、オは Al であることが分かる。

以上の結果から、金属ア～カは以下のように特定できる。

試料	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
金属	Cu	Fe	Ni	Zn	Al	Pb

## 3 【解説】

金属板のイオン化傾向の差が大きいほど電池の起電力は大きくなる。使用できる金属板は Al、Zn、Fe、Ni、Pb、Cu の 6 種類である。イオン化傾向の差が最も大きな組み合わせは Al と Cu の組み合わせだが、Al の表面は酸化物で覆われているため、負極での酸化反応は起きにくい状態であると考えられる。2 番目にイオン化傾向の差が大きい Zn 板と Cu 板を電極として用いるとよいだろう。

イオン化列

Li K Ca Na Mg **Al** **Zn** **Fe** **Ni** Sn **Pb**(H) **Cu** Hg Ag Pt Au

電解液として、3種類の水溶液 (希硫酸・食塩水・硫酸銅 (II) 水溶液) が使用可能である。金属板に Zn 板と Cu 板を用いた場合、それぞれ水溶液で次のような反応が起きると考えられる。

電解液：希硫酸

	各極での反応
Zn 板 (負極)	$\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^{-}$
Cu 板 (正極)	$2\text{H}^{+} + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{H}_2$

電解液：食塩水

	各極での反応
Zn 板 (負極)	$\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^{-}$
Cu 板 (正極)	$2\text{H}^{+} + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{H}_2$

電解液：硫酸銅 (II) 水溶液

	各極での反応
Zn 板 (負極)	$\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^{-}$
Cu 板 (正極)	$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Cu}$

希硫酸、食塩水を電解液にすると分極が原因で、プロペラはすぐに止まる。硫酸銅 (II) 水溶液では分極は起こらないが、図 1 のように負極で  $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Cu}$  の反応が起るため、プロペラを長時間回すことはできない。

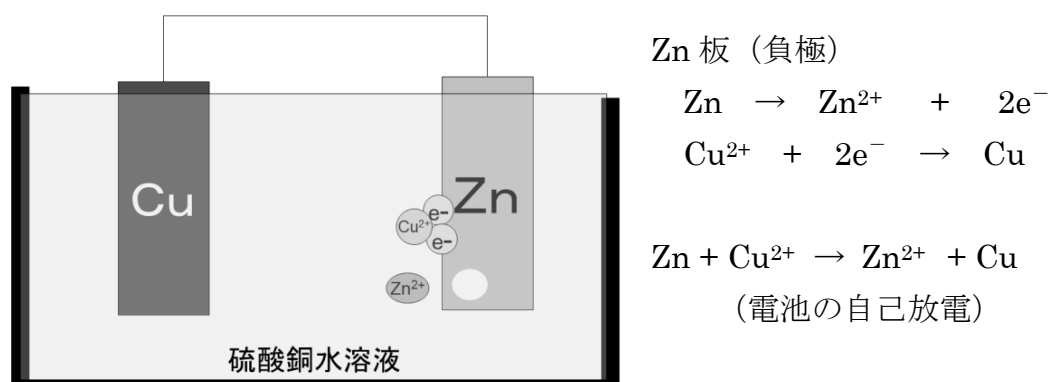


図 1 硫酸銅 (II) 水溶液中の Zn 板上の反応 (模式図)

### 【解答例】

- 金属板には、Zn 板と Cu 板を用いる。
- 電解液には、硫酸銅 (II) 水溶液 80mL と飽和食塩水 20mL の混合溶液を用いる。プロペラは約 30 秒程度回る。

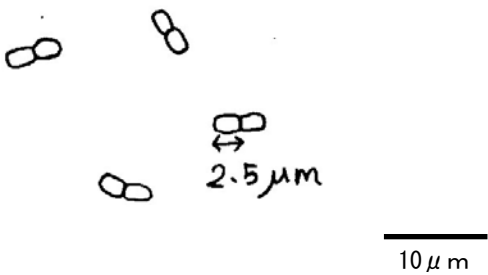
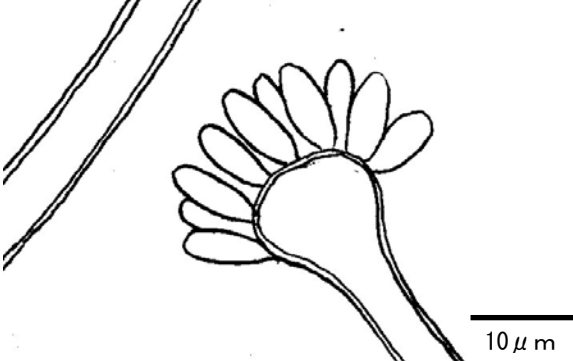
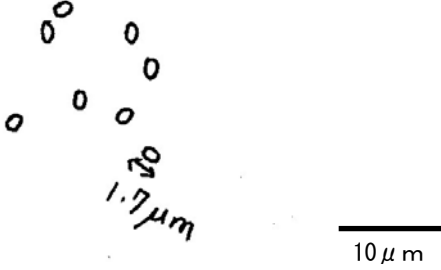
硫酸銅 (II) 水溶液と飽和食塩水を混合させることにより、 $\text{Cl}^{-}$  が亜鉛板の周囲に多量に存在することにより  $\text{Cu}^{2+}$  の負極への拡散が抑えられ、電池の自己放電が起りにくくなる。そのため、分極も生じにくくなるので長時間プロペラを回すことができるのではないかと考えられる。(いわゆるダニエル電池に似たものができていると考えられる。)

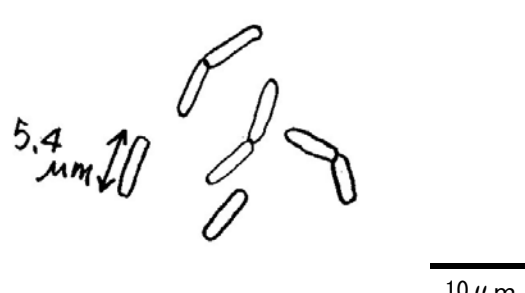
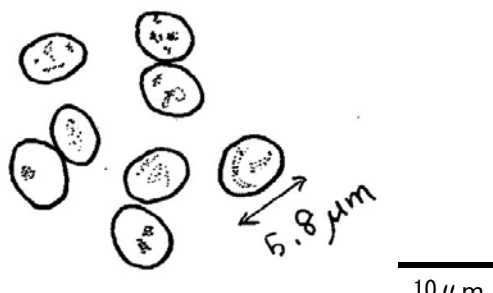
1

【本問題のねらい】

肉眼でとらえることのできない微生物は、どの微生物も同じくらいの大きさであるという感覚が生まれやすい。この問題では、身近な食品の中に含まれる微生物を光学顕微鏡で観察し、その大きさを測定させた。観察から、菌類（コウジカビ、酵母菌）と細菌類（乳酸菌、納豆菌）の違いについて考察してもらいたい。また、ヨーグルトや味噌、納豆といった発酵食品が、このような微生物の代謝によってつくられていることを実感してもらいたい。

【解答例】

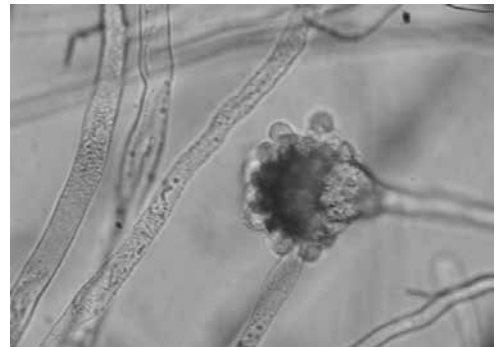
(1) スケッチと個体の大きさ	(2) 形態および構造上の特徴
<p>a 乳酸菌 (600倍)</p> 	<p>大きさは約 <math>2.5\mu\text{m}</math> と大変小さい。 単細胞である。 球状の細胞が観察され、さらに2つの細胞が連なっているものが多く観察された。</p>
<p>b コウジカビ (600倍)</p> 	<p>繊維状の細胞（菌糸）が多数観察された。 繊維の太さは約 <math>5\mu\text{m}</math> であった。 多細胞である。 菌糸の一部がふくらんでおり、胞子のうが形成されていた。 球状の胞子が観察された（スケッチにはなし） 他の微生物と比べるとサイズが大きい。</p>
<p>c 納豆菌（納豆表面）(600倍)</p> 	<p>球状の細胞が観察された。 大きさは約 <math>1.7\mu\text{m}</math> と大変小さい。</p>

<p>d 納豆菌（培養液中）（600倍）</p> 	<p>細長い形の細胞が観察された。          長径は約 <math>5.4\mu\text{m}</math> であった。          動いているのが観察された。          細長い細胞が2つ以上連なっている様子が観察された。</p>
<p>e 酵母菌（600倍）</p> 	<p>球状の細胞が多数観察された。          大きさは約 <math>5.8\mu\text{m}</math> であった。          細胞内の様子が観察でき、細胞小器官らしきものが観察できた。          乳酸菌や納豆菌よりもサイズが大きい。</p>

【解説】（顕微鏡写真はすべて 600 倍で観察）

○コウジカビ

コウジカビ（アスペルギルス属）は、味噌、醤油、日本酒などの発酵食品に広く用いられる。酵母菌や細菌とは異なり多細胞であることが特徴であり、多数に枝分かれした菌糸が見られる。増殖はおもに胞子によって行われる。菌糸から柄が伸び、その先端が球状にふくれ、胞子がいくつもつながって鎖状となる。今回の観察では胞子が離れてしまい、胞子を支えていた梗子こうしだけ残った状態のものが多く観察された。



○細菌（乳酸菌，納豆菌）

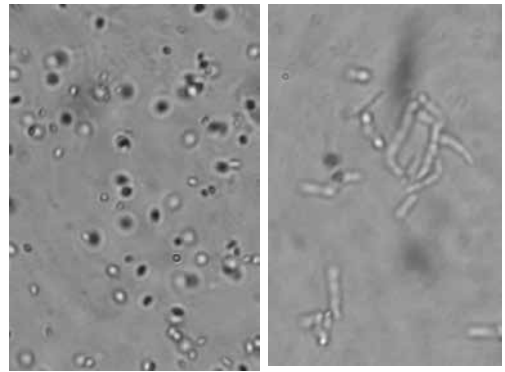
細菌は単細胞の原核生物である。球菌かんきん、桿菌、らせん菌など、その種類によって様々な形態をもつ。

乳酸菌は糖類を発酵して乳酸をつくり、おもにヨーグルトやチーズの製造に用いられる。桿菌または球菌の形態をとるが、ヨーグルトの中には複数の乳酸菌が含まれているものもあるため、1種類のヨーグルトから桿菌と連鎖状の球菌が同時に観察されることもある。



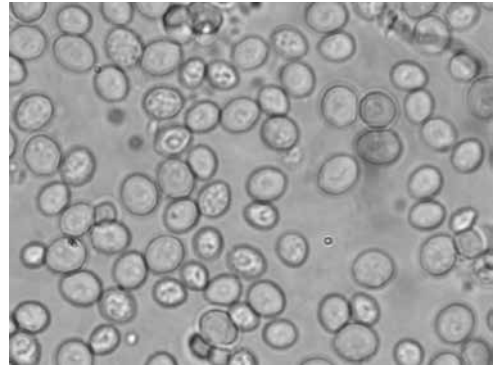


納豆菌は枯草菌の仲間である。単独または連鎖状の桿菌であり、納豆の製造に用いられる。低温や貧栄養など生育環境が悪くなると、芽胞（左写真）を形成するのが特徴で、芽胞は熱や酸、アルカリなどに強い抵抗性を示す。今回の観察では、食品の納豆には芽胞が多いことがわかり、培養液に入れることで増殖型（右写真）へと変化することがわかる。



#### ○酵母菌

酵母菌は単細胞の微生物である。通常は出芽と呼ばれる増殖方法を取り、細胞の一部に小さな突起が生じ、その突起がもとの細胞とほぼ同じ大きさになると分離する。清酒、ビール、ワイン、パンなど、発酵食品の製造に利用されているのは、サッカロミセス属とよばれる酵母菌である。



2

【本問題のねらい】

酸素がなくても生きていける生物種は多い。これらの生物は酸素を利用しなくても有機物を分解してエネルギーを取り出すことができる「発酵」を行っている。私たちはパンやビールなどの製造過程で、酵母菌の「発酵（アルコール発酵）」を利用している。パンをふっくら焼き上げるために、アルコール発酵の代謝産物である二酸化炭素が利用されている。その酵母菌が利用することが可能な糖について、正しい手順で手際よく実験をして、できるだけ正しいデータを得て、正しく考察できるかに着眼点をおいた。

【解答例】

【実験結果】

1 (1) 以下に測定結果（例）を示す。反応温度は 22℃。

a 蒸留水＋酵母菌

時間(分)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
気体の体積(mL)	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5

b 20%グルコース溶液＋酵母菌

時間(分)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
気体の体積(mL)	0.0	0.9	2.0	3.6	5.1	7.0	9.5	12.0	14.5

c 20%スクロース溶液＋酵母菌

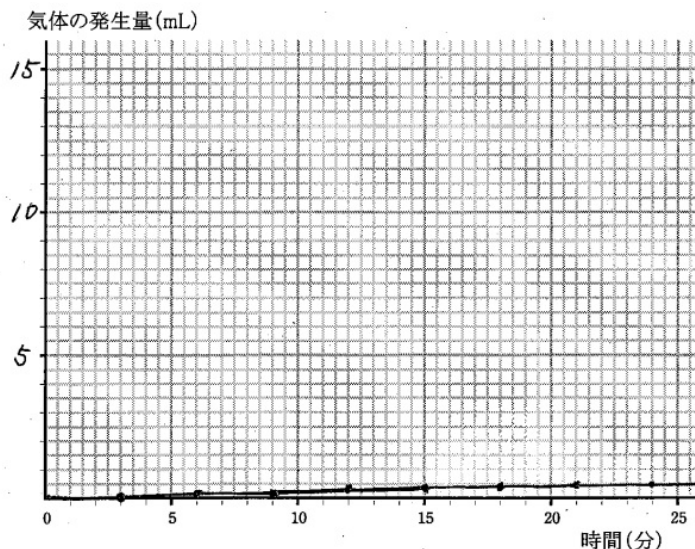
時間(分)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
気体の体積(mL)	0.0	0.5	1.9	3.5	5.5	7.5	9.5	11.5	14.0

d 20%マルトース溶液＋酵母菌

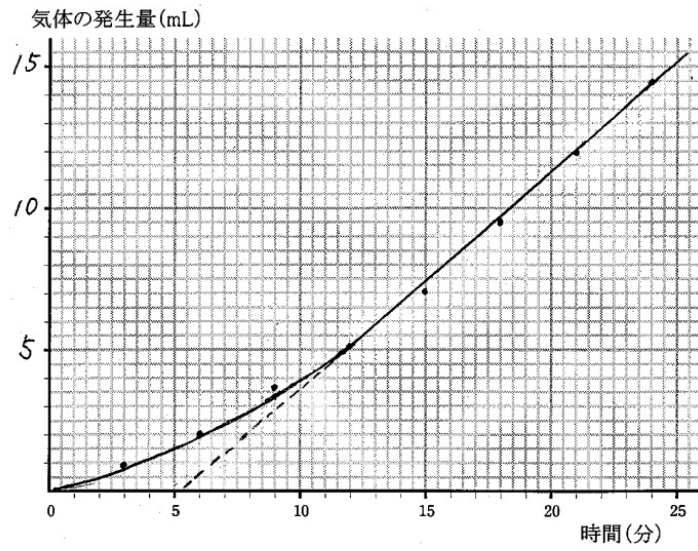
時間(分)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
気体の体積(mL)	0.0	0.2	1.1	2.2	3.7	4.8	5.8	6.7	7.5

(2) 上記の測定結果をもとにグラフを作成すると次のようになる。

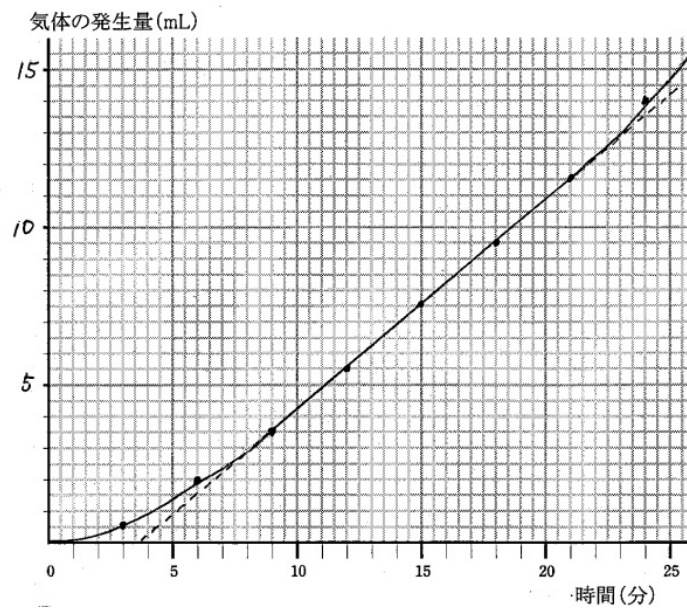
a 蒸留水



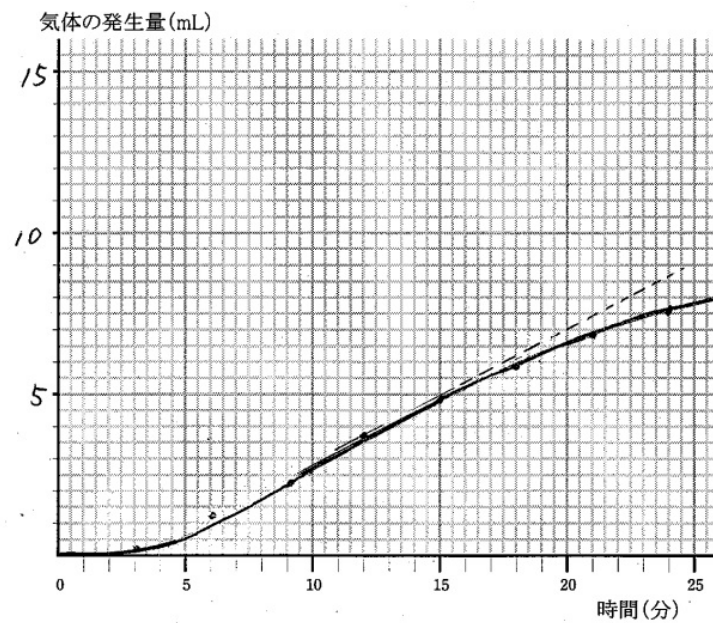
b グルコース



c スクロース



d マルトース



(3) 気体の体積が減少した。

### 【実験考察】

- 1 発生した気体は二酸化炭素。気体の体積が減少したので、発生した気体と加えた水酸化ナトリウムが反応して、溶液中に溶解あるいは固体が生成したと考えられる。アルコール発酵により発生した二酸化炭素が水酸化ナトリウムと反応して、炭酸ナトリウムが生成したと考えられる。
- 2 糖を分解してアルコール（エタノール）と二酸化炭素を生成する。
- 3
  - ・蒸留水中には糖がないが、若干気体（二酸化炭素）が発生した。これは、酵母菌の体内に含まれていた糖が、発酵に用いられたからだと考えられる。
  - ・グルコースとスクロース溶液を比較すると、気体の発生速度はほとんど同じである。これは、グルコースとスクロースの重量パーセント濃度が同じなので、ほぼ同じ量の単糖類がそれぞれに含まれていて、ほぼ同量の糖が発酵に利用されたからだと考えられる。また、酵母菌はグルコースとスクロースを分解する酵素を持っていることもわかる。
  - ・マルトースでも気体が発生しているが、発生量はグルコースやスクロースのものよりも少ない。これは、マルトースを分解する酵素の活性が、グルコースやスクロースを分解する酵素の活性よりも小さいからだと考えられる。
- 4 時間の経過と共に注射器内の酵母菌の数が増えるので、糖の分解速度が速くなり、気体の発生量が増えるから。
- 5 酸素の無い条件での反応と比較すると容器内の気体の体積は少なくなる。  
酸素が十分に利用できる条件下では、私たちヒトと同様、酵母菌は酸素を吸収しこれを反応に利用して糖を分解し生命活動に必要なエネルギーを得る。酸素を利用しない反応よりエネルギーの発生量が大きいためである。この反応では発生する二酸化炭素量と吸収する酸素量は等しいので見かけ上の気体の増減量は無い。多少、酸素を利用しない反応を行ったとしても発生する二酸化炭素の量は少なくなる。
- 6 9分後と21分後の値より求める。  
$$(11.5 - 3.5) / (21 - 9) = 8 / 12 = 0.66\cdots \approx 0.7\text{mL} / \text{分}$$

### 【解説】

- 1 酸素がないとき酵母菌はアルコール発酵を行う。二糖類のスクロースは、単糖類のグルコースとフルクトースが1つずつ結合していて、スクラーゼという酵素によってグルコースとフルクトースに分解してからそれぞれを呼吸に利用する。その化学反応式は、
$$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 2\text{CO}_2 + 2\text{ATP}$$
である。このとき発生した二酸化炭素と水酸化ナトリウムの反応式は、
$$\text{CO}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$$

である。発生した炭酸ナトリウムは全て溶解するが、この実験では溶液が濁っているため、全て溶解したのか、それとも固体となって沈殿したのかが判断できないので、「固体となって沈殿した」という解答でもよい。

- 2 アルコール発酵ではエタノール以外に n-ブタノールやイソプロパノール、グリセロールなども生成するが、通常はエタノールが生成される場合のみをさす。それで、実験手順（3）とにおいて、二酸化炭素とアルコール（エタノール）と答える。
- 3 酵母は体内にもっている酵素の種類により、インベルターゼ活性の強い酵母とマルターゼ活性の強い酵母に分かれる。前者はスクロースを分解してグルコースとフルクトースの単糖類を1つずつ作る酵素で、グルコースとフルクトース両方とも発酵に利用する。後者はマルトースを分解して2個のグルコースにして発酵に利用する。マルターゼ活性はインベルターゼ活性に比べると遥かに複雑な過程を必要とするので発酵に時間がかかるため、グルコースやスクロースの時に比べて気体の発生量が少ない。（注：酵母菌の種類によっては、マルトースを反応に利用できない場合がある）
- 4 スクロース溶液に酵母菌を懸濁してある程度放置しておくと、酵母菌は成長し個体数も増加する(30分経過すると個体数は1.2倍になるという報告がある)。酵母菌が増えると発酵する個体数が増えるため、単位時間当たり増加する気体の体積も増える。
- 5 アルコール発酵の化学反応式は、
$$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 2\text{CO}_2 + 2\text{ATP}$$
酸素を使う呼吸(好気呼吸)の化学反応式は、
$$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 + 6\text{H}_2\text{O} \rightarrow 6\text{CO}_2 + 12\text{H}_2\text{O} + 38\text{ATP}$$
である。同量のグルコースを利用したときに生成するATP(エネルギー)は、呼吸の方が19倍多く、効率よくエネルギーを得ることができる。これは、グルコースをより小さな分子にまで(細かく)分解できるからである。反応式から分かるように、アルコール発酵では二酸化炭素が発生するので、反応が進めば気体の体積は増加する。好気呼吸の反応では、酸素を吸収し二酸化炭素が発生する。この酸素吸収量と二酸化炭素発生量は等しくなる。
- 6 グラフの傾きがほぼ一直線になっている箇所の、できるだけ長い距離で求めた方が誤差が少ない。

#### 参考文献

大橋淳史, 福山勝也, 大場茂. アルコール発酵の最適温度の測定. 2009. Hiyoshi Review of Science Keio University No.45, p.1-13

3

### 【本問題のねらい】

微生物が関わる発酵食品は、貯蔵性・保存性に優れ、独特の風味を生み出している。図1，2では、酒類やパンの製造過程から、微生物が果たしている役割を考察することで、それぞれの微生物の生命活動についての理解を深めたい。また、図3のグラフを読み取り、乳酸菌が発酵食品の貯蔵性・保存性にどのような効果をもたらしているのか考えさせたい。

### 【解答例】

- 1 コウジカビはコメの主成分であるデンプン（アミロース）をマルトースやグルコースに分解する。コウジカビのはたらきによって作られたデンプンの分解産物を利用して、酵母菌はアルコール発酵を行い、エタノールが生成される。よって日本酒を醸造する過程において、コウジカビは欠かすことのできない存在である。
- 2 酵母菌は糖類を栄養源としてアルコール発酵を行い、その過程で二酸化炭素が発生する。この二酸化炭素がパン生地を膨らませる役割を果たす。酵母菌が発酵を行う最適温度は40～50℃と考えられるが、一次、二次発酵をこの温度で行うと、二酸化炭素の発生量が多くなりすぎて、パンのきめが粗くなり、口当たりが悪くなるため、発酵は比較的低温で行った方がよい。
- 3 図3から、乳酸菌と黄色ブドウ球菌をとともに培養すると、黄色ブドウ球菌の増殖が抑制されることが分かる。乳酸菌が行う乳酸発酵によって生成される乳酸やその他の分解産物が、黄色ブドウ球菌の生育に影響を及ぼしていると考えられる。乳酸菌は、黄色ブドウ球菌のような食中毒の原因となる細菌を抑制する効果があり、食品の安全性と保存性を高めることができると考えられる。

### 【解説】

- 1 酵母菌はブドウの果皮などに付着している。ワインの製造においては、ブドウに含まれる糖類を基質とし、酵母菌によるアルコール発酵をとおしてエタノールが生成される。ブドウには酵母菌が直接利用できる糖類（グルコースやフルクトース）が多く含まれている一方、日本酒やビールの原料であるコメやムギには、酵母菌が直接利用できる糖類が含まれていない。コメやムギに含まれるデンプンがコウジカビ・麦芽に含まれる酵素アミラーゼによって分解され、グルコースなどの糖類が生成されないと、酵母菌はアルコール発酵を行うことはできない。このように、デンプンではなく、グルコースなどの糖類が存在しないと酵母菌はアルコール発酵を行うことができない。
- 2 酵母菌によるアルコール発酵ではエタノールとともに二酸化炭素が生成される。二酸化炭素はパンを膨らませる役割を果たすが、エタノールもパン独特の味や香り、焼き色に影響を与える。酵母菌の発酵には多くの酵素に関わり、温度やpH値などの影響を受けるため、発酵には厳密な温度管理が必要となる。

- 3 乳酸菌がほかの微生物，特に病原菌や腐敗菌の生育を阻止する作用はよく知られている。乳酸菌が制菌効果を示すことが確認された有害細菌としては，ブドウ球菌 (*Staphylococcus*) だけでなく，バチルス (*Bacillus*)，クロストリジウム (*Clostridium*)，リステリア (*Listeria*)，サルモネラ (*Salmonella*)，エルシニア (*Yersinia*)，シュードモナス (*Pseudomonas*)，ビブリオ (*Vibrio*) などに属する多数の病原菌や腐敗菌が挙げられる。

(出典 [http://www.nyusankin.or.jp/scientific/moriji\\_5.html](http://www.nyusankin.or.jp/scientific/moriji_5.html))

